

Schadstoffaufnahme des menschlichen Körpers

Themenbereich	
Einstiegssequenz Integralrechnung	
Inhalte	Ziele
• Unter-und Obersummen	• Modellieren, Mathematisieren

Vorüberlegungen

Zunächst muss die Fragestellung eventuell mit aktuellem Zahlenmaterial oder mit realistischen, aber hypothetischen Angaben von den SchülerInnen gefüllt werden.. Die Idee zu dieser Aufgabe (ohne TI-92) geht auf einen Vorschlag von Michael Rüsing, Essen zurück (in: Mathematik regional 2/1995)

Aufgabe

Nach einem Unfall wird Schadstoff freigesetzt? Welche Menge nimmt der menschliche Körper auf?

Lösungsskizze

Zahlenbeispiel:

Dauer der Aufnahme: 72 Stunden

Schadstoffkonzentration in der Luft: $2\mu\text{g}/\text{m}^3$

Aufnahmerate in den Körper/ (proportional zur Konzentration in der Luft 10%):
 $0,2\mu\text{g}/\text{h}$

Modell I:

Schadstoffaufnahme ist konstant.

Randfunktion: $f(t)=0,2 t$

$A(t)=0,1 \cdot t^2$

Dieses Modell ist zu unrealistisch!

Modell II:

Schadstoffaufnahme nimmt linear ab. Ausgangswerte: $(0|0,2)$ und $(100|0)$

Randfunktion: $f(t)= -0,002x+0,2$

$A(t)= - 0,001 t^2 + 0,2 t$

Dieses Modell ist auch noch zu unrealistisch!

Modell III:

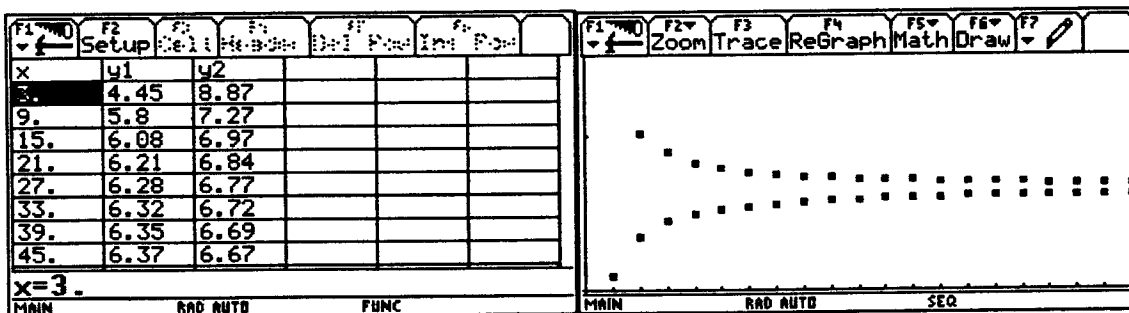
Schadstoffaufnahme nimmt zunächst stärker ab, dann schwächer. Eine mögliche Randfunktion wäre eine Exponentialfunktion oder - zur Vereinfachung - eine Parabel.

$$\text{Randfunktion: } f(x) = 2 \cdot 10^{-5} (x-100)^2$$

Diese Funktion wird im TI-92 als Funktion f gespeichert und die Unter- und Obersummen aufgestellt und ebenfalls gespeichert.

F1	F2	F3	F4	F5	F6
Algebra	Calc	Other	PrgmIO	Clear	a-z...
$2 \cdot 10^{-5} \cdot (x - 100)^2 \rightarrow f(x)$					Done
$\sum_{i=1}^n \left(\frac{72}{n} \cdot f\left(0 + \frac{i \cdot 72}{n}\right) \right) \rightarrow u(n)$					Done
$\sum_{i=0}^{n-1} \left(\frac{72}{n} \cdot f\left(0 + \frac{i \cdot 72}{n}\right) \right) \rightarrow o(n)$					Done
$72/n * f(0+i*72/n), i, 0, n-1 \rightarrow o(<...>$					
MAIN RAD AUTO SEQ 3/30					

Der gemeinsame Grenzwert von Unter- und Obersummen lässt sich nun sowohl anhand der Tabelle als auch als Graph veranschaulichen:



Zur graphischen Darstellung wird in MODE die Graphik auf Sequence eingestellt und im Y= - Editor $U(n)$ und $O(n)$ jeweils mit dem Startwert 1 eingegeben.

Kritik am Modell: immer noch unrealistisch, da z. B. das Ausscheiden der Schadstoffe nicht berücksichtigt wird.

Zum anderen wurde eine Exponentialfunktion von den Schüler/innen als zu der Aufgabenstellung passendere Funktion erkannt, deren Behandlung aber wegen des Schwierigkeitsgrades auf einen späteren Zeitpunkt verschoben.