Kettenregel

Themenbereich	
Kettenregel	
Inhalte	Ziele
• Einstieg in die Kettenregel anhand einer Extremwertaufgabe • Finden der Kettenregel durch induktives Schließen von vorgegebenen Beispielen	• Erkennen, dass Ableiten verketteter Funktionen im Anwendungskontext notwendig wird • selbständiges Herausfinden der Kettenregel

Vorüberlegungen:

Diese Unterrichtssequenz zum Einstieg in die Kettenregel besteht aus zwei Teilen. Zunächst wird im Plenum die Aufgabe gestellt und erörtert. Mit Hilfe des TI-92 wird der Sachverhalt graphisch anhand einer Skizze sowie numerisch mit einer entsprechenden Tabelle verdeutlicht.

Danach sollen die Schüler/innen im zweiten Teil die Kettenregel selbständig durch induktives Schließen herausfinden.

1. Teil: Visualisieren des Sachverhaltes:

Aufgabe:

Ein Firma F liegt 100 km von einem Flusshafen H entfernt. Die Produktionsstätte P liegt 250 km von diesem Hafen weg und ebenfalls am Fluss, wobei der Fluss „geradlinig" verläuft. Die Kosten des Wasserwegs betragen nur 80% der Kosten des Landeweges (sehr wegsames Gelände - alle Verbindungen sind möglich!)

Was ist die kostengünstgiste Verbindung von F nach P?

Lösungsskizze/ Bearbeitungshinweise:

Öffnen Sie den Geometrie-Editor .

Rufen Sie zunächst `F8 - B: Data View` auf, dann wird der Bildschirm geteilt - so dass Sie den Geometrie-Teil und die Tabellen auf einem Bildschirm sehen. Das hat den Vorteil, dass Sie ihre Zeichnung gleich richtig positionieren.

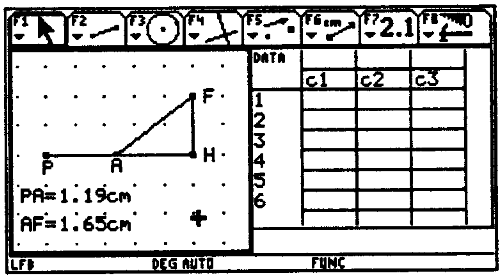
Skizzieren Sie den Sachverhalt. Achten Sie dabei darauf, dass Sie die Punkte gleich bei der Festlegung beschriften. Um den Abstand der Punkte entsprechend der Aufgabenstellung eingeben zu können, empfiehlt es sich, die Gitterpunkte (Grids) zeichnen zu lassen.
(Über `F8 - 9: Format`).
Zeichnen Sie die Punkte ein: mit `F2 - 1: Point` und `ENTER`)

Zeichnen Sie die jeweiligen Strecken (`F2 - 5: Segment`)

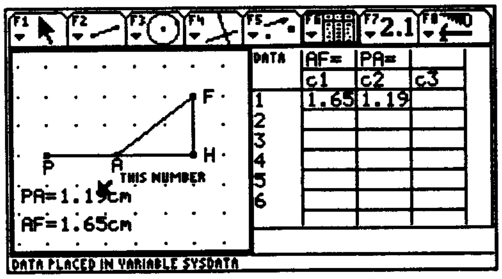
(Wenn Sie im Pointer-Modus sind - `F1 - 1: Pointer`, können Sie gegebenenfalls die Labels (Beschriftungen) verschieben.)

Nun ermitteln Sie die entscheidenden Längenangaben und beschriften Sie auch diese:

Längen bestimmen: `F6 - 1: Distance & length` (dabei dann den Cursor an die jeweiligen Stellen bewegen und mit `ENTER` bestätigen)
Verschieben Sie das Label wieder im Pointer-Modus aus der Zeichnung weg.
Beschriften der Längenangaben: `F7 - 5: Comment`, dann einfach Eintippen der entsprechenden Angaben, also PA= usw.



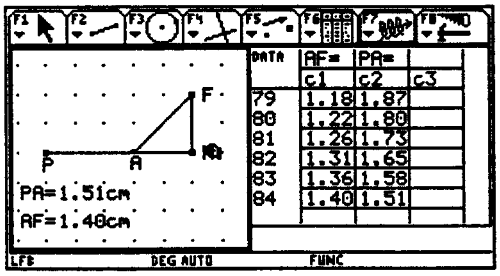
Um die Daten nun in der Tabelle anzeigen zu lassen, öffnen Sie im Geometrie-Fenster `F6 - 7:Collect Data, 2:Define Entry`. Wenn Sie nun das Kreuz auf die Zahlenangaben bewegen und `ENTER` drücken, werden diese Angaben mit einer gestrichelten Box eingefasst. Machen Sie dies auch mit der zweiten Angabe und speichern Sie nun die Daten mit `F6 - 7: Collect Data - 1: Store Data`. Daraufhin erscheinen die Daten in der Tabelle.



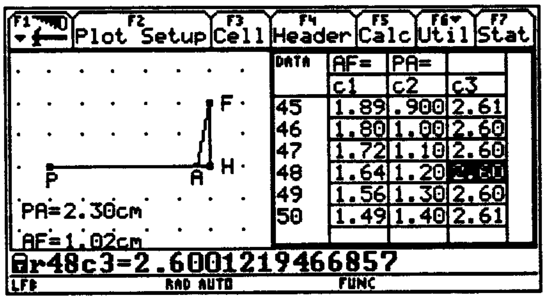
Nun können Sie im Graphikfenster den Punkt A „anfassen" (Hand-Taste gedrückt halten) ,auf der Strecke PH bewegen und für verschiedene Positionen die Daten wieder in der Tabelle abspeichern.

Dies können Sie auch „animieren", also einen kleinen „Film" ablaufen lassen:
Stellen Sie die Animation mit `F7 - 3: Animation` ein, bewegen Sie danach den Cursor auf den Punkt A , halten die Hand gedrückt und gleichzeitig geben Sie mit der Pfeiltaste die Richtung an. Zunächst erscheint ein kleiner „Springbrunnen" um die Hand und dann beginnt die Animation. Wenn bei `F6 - 7: Collect Data` immer noch `1:Store Data` eingestellt ist, erscheinen pararllel zur Animation im Geometrie-Fenster parallel dazu die Daten in der Tabelle.

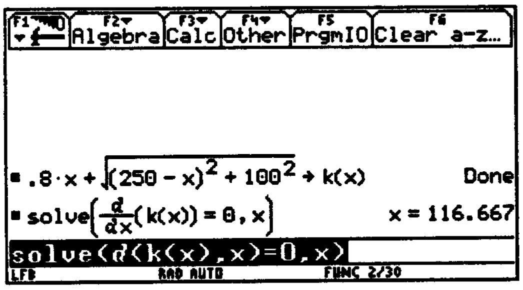
Mit + und - beschleunigen Sie bzw. verlangsamen Sie die Animation, gestoppt wird sie mit Enter.



Nun können Sie in der Tabelle in der dritten Spalte sich auch 0.8 · PA + AF angeben lassen, was für die lösung der Aufgabe wichtig ist. Wechseln Sie dazu das Fenster (2nd - APPS), bewegen Sie den Cursor in die dritte Spalte und gehen Sie mit F4 - Header in die Kopfzeile. Nun können Sie in der Statuszeile das Gewünschte eingeben (allerdings mit c1 und c2): 0.8 * c2 + c1.



Nach dieser Untersuchung liegt der optimale Wert für den Abstand von P nach A bei ca. 120 km.
Die genauere Untersuchung erfolgt im Home Screen über die Betrachtung der Ableitung, wonach man erhält:
(x:= PA)



Nun bleibt aber die Frage, was verbirgt sich hinter der Black box „Ableiten einer verketteten Funktion,
dazu nun:

2. Teil: Erschliessen der Kettenregel

Die Schüler/innen erhalten eine Liste von Funktionen, deren Ableitungen sie betrachten sollen, um aufgrund dieser Informationen auf die allgemeine Kettenregel zu schliessen.

Je nach Vorkenntnissen der Schüler/innen lässt sich diese Liste um die trigonometrischen Funktionen erweitern:

f(x) = $\sqrt{5x+1}$

f(x) = $\sqrt{x^3+1}$

f(x) = e^{x^2}

f(x) = e^{5x+1}

f(x) = $\left(1+x^2\right)^{100}$

f(x) = $e^{2x^{50}}$